**Основные виды геометрических моделей.**

Геометрическая модель – информация о геометрии, размерах, отклонениях формы. Помимо этих геометрических данных модель может содержать характеристики (химические, термические и т. д.), стойкость, способы обработки, микрогеометрии (шероховатость).Под геометрическим моделированием понимается процесс от визуального представления объекта до его внутримашинного представления. Описание обьекта ⇒ языковый интерпретатор ⇒ геометрическое представление. Основные виды моделей: 2-мерные; 3-мерные: каркасные (объект представляется ограничивающими его ребрами); поверхностные (содержит информацию о поверхностях, ограничивающих объект); объемные (содержат описание границы объекта а также информацию о разделении точек на внутренне и внешние): граничные; элементарных объемов; ячеечные. Объекты: аналитически описываемые: элементарные объемы; ограниченные плоскостями; криволинейные; аппроксимируемые плоскостями. аналитически неописываемые. Двумерное моделирование. Типы данных: Топологические (отрезок соединяет 2 точки, контур состоит из примитивов, направление обхода); Геометрические (координаты точек, уравнения прямых, окружностей); Структурные (комплекс из базовых элементов, который чаще собирается в виде иерархического дерева); Оформительские (штриховка, текст); Реляционные. Построение базовых элементов: Непосредственное задание (построение по точкам); С помощью алгебраических уравнений базовые элементы задаются в 2-х этапах: Составляется система алгебраических уравнений; Решается система алгебраических уравнений; Достоинство – общность. Недостаток – м. б. Нелинейной. С помощью ограничений (базовый элемент)(список ограничений)(базовый элемент, к которому относятся эти ограничения).  
Ограничения: Проходят через n точек; Касаются некоторых объектов; Параллельны некоторым объектам; Образуют некоторый угол с объектом; Расположены на некотором расстоянии от объекта.

Примеры 2D моделей: Техническое черчение; Параметризация; Кодирование.

Трехмерное моделирование. Типы данных: Элементы нулевого уровня, т. е. 2-мерные элементы (точки, отрезки, окружности, кривые, дуги); Элементы 1-го уровня, т. е. поверхности (плоскости, линейчатые поверхности, поверхности вращения, криволинейные поверхности); Элементы 2-го уровня, т. е. объемы (цилиндры, конусы, призмы, прямоугольные многогранники, произвольные объемы).

3-х мерные модели получаются: с помощью задания границ: геомертически (уравнения ребер, плоскости); топологически (ребро как указатель на две вершины); вспомогально (цвет, степень прозрачности). с помощью задания базовых элементов и их относительного положения (чаще всего в виде дерева , где подобъект содержит указатель на объект и относительное положение).

Методы описания 3-х мерных объектов: с использованием формализованного языка; с использованием графического диалога; по графическим проекциям.

**Методы построения геометрических моделей (построение кривых и поверхностей, кусочно-аналитическое описание, кинематический принцип, булевы операции, полигональные сетки).**

а) Двумерное моделирование: К базовым элементам относятся главным образом точка, отрезок прямой, прямая, дуга окружности, окружность, лекальная кривая, текст, контур.

1. Непосредственное задание с использованием выбранного синтаксиса представления. (Используется синтаксис их описания. Например, отрезок может быть задан двумя точками. Точка -пару координат (x и y))

2. С помощью уравнений: (Достоинство: общность, т.к. для добавления нового ограничения достаточно написать соответствующие уравнения. Недостаток: нелинейность)

3. С помощью ограничений: Построение при ограничениях применяется к объекту.

4. С использованием геометрических преобразований: Нов. эл-ты можно получать, выполняя геометрические преобразования (перенос, поворот, масштабирование) над уже имеющимися элементами или объектами.

б) Трехмерное моделирование:

1. Построение кривых и поверхностей: Способы построения кривой:

а) интерполяция по точкам; б)деформация кривой (перемещение точки, изменение полинома); в) вычисление эквидистанты к заданной кривой; г) формирование кривой из отрезков и дуг; д) вычисление различных сечений; е)пересечение поверхностей.

**Способы построения поверхности:** а) интерполяция по точкам; б) деформация поверхности; в) перемещение образующей кривой по заданной траектории; г) вычисление эквидистантой поверхности на заданном расстоянии.

2. Задание гранями (кусочно-аналитическое описание): **Модель представляет собой пятиуровневую иерархическую структуру. Тело представляется множеством ограничивающих его граней: . Каждая грань задается множеством ограничивающих ее ребер:  и нормалью , направленной из тела; каждое ребро — двумя точками: ; и каждая точка — тремя координатами: .** **Модель может быть реализована в виде графа:**

11

3. Кинематический принцип:

**1. Задание толщиной**: S=F1(C,P,D,L) (Контур *С*, помещенный в плоскости *Р* порождает тело *S* путем переноса по направлению *D* на расстояние *L*.)

12

**2) Задание вращением:** S=F2(C,A,α) (Тело получается путем вращения контура *С* вокруг оси *А*.)

13

**4. Булевы операции**:Модель представляет собой дерево, узлы которого — операции, листья — базовые элементы. Каждый базовый элемент имеет свою геометрию и топологию и представлен в виде геометрической модели (каркасной поверхностью, объемной). При вызове базового элемента для присоединения к объекту он должен в общем случае обладать следующими атрибутами: где  — координаты точки привязки ЛСК и ГСК;  — углы поворота ЛСК относительно ГСК;  — параметры элемента. Чаще всего при конструировании объекта используются следующие *операции* над базовыми элементами: а) объединение; б) пересечение; в) разность. В настоящее время существует два метода геометрического объединения: а) метод контактного соединения (применяется при наличии у тел плоских поверхностей, по которым они могут быть соединены); б) метод соединения с проникновением (используются поверхностные плоские элементы и соответственно рассчитываются кривые пересечения Расчет кривых пересечения требует больших затрат, так как для каждой комбинации поверхностей надо разрабатывать свой алгоритм вычисления кривой пересечения. Обычно существует два пути: a) когда поверхности заданы аналитически (но тогда есть ограничение — поверхности должны быть максимум второго порядка); б) численное определение кривой пересечения).

21

**Поперечное сечение криволинейного объекта и его полигональная аппроксимация**

5**. Полигональные сетки**

Полигональной сеткой называют совокупность связанных между собой плоских многоугольников, с помощью которых можно аппроксимировать сложные криволинейные поверхности. Недостаток метода — его приблизительность.

Для улучшения качества можно увеличить число многоугольников для аппроксимации, но это приведет к дополнительным затратам памяти и вычислительного времени.

**1. Явное задание многоугольников:** Каждый многоугольник можно задать в виде списка координат его вершин:. Вершины запоминаются в том порядке, в котором они встречаются при обходе вокруг многоугольника. При этом все последовательные вершины, а также первая и последняя соединяются ребрами. Для каждого отдельного многоугольника данный способ записи является эффективным, но для полигональной сетки недостатки(большие потери памяти , нет явного описания общих ребер и вершин. Наиболее эффективный способ выполнить такое сравнение — сортировка всех *N* троек координат: для этого потребуется в лучшем случае —  сравнений. Но и при этом существует опасность, что одна и та же вершина вследствие ошибок округления может в разных многоугольниках иметь различные значения координат, поэтому правильное соответствие может быть никогда не найдено, полигональная сетка изображается путем вычерчивания ребер каждого многоугольника, однако это приводит к тому, что общие ребра рисуются дважды.)

22

**2. Задание многоугольников с помощью указателей на вершины:** Каждый узел запоминается лишь один раз в списке вершин . Многоугольник определяется списком указателей на вершины. Например:

, .Общие ребра рисуются дважды (недостаток).

**3. Явное задание ребер:** Присутствует список вершин,

и список ребер, где каждое ребро указывает:,

23

на две вершины в списке вершин, определяющие это ребра, а также на один или два многоугольника, которым это ребро принадлежит. Если ребро принадлежит одному многоугольнику, то либо *Р*1, либо *Р*2 — пусто.

,,

,,,

,,.

Полигональная сетка изображается путем вычерчивания не всех многоугольников, а всех ребер. В результате многократной отрисовки ребер не происходит

**Методы создания реалистических трехмерных изображений.**

**Основные способы получения реалистических изображений:**

1. Удаление скрытых линий и поверхностей.
2. Перспективное изображение (что дальше, то меньше)
3. Передача глубины яркостью (что дальше, то менее ярче)
4. Динамическое изображение (точка зрения меняется с некоторым шагом и пользователю предоставляется соответствующее изображение)

**Удаление скрытых линий и поверхностей**

Алгоритмы делятся на два типа: работающие в объектном пространстве (ОП); работающие в пространстве изображения (ПИ).

ОП – трудоемкость ≈ n2 ,где n – количество объектов (каждый объект сравнивается с другим)

Система координат используется объектная или мировая, точность ограничена (полученные изображения с увеличением масштаба могут быть менее точны).

ПИ – каждый объект сравнивается с точкой экрана, трудоемкость Nn, где N – количество точек, система координат – система координат экрана, точность ограничена разрешающей способностью экрана.

ПИ более трудоемкий, но за счет использования когерентности (передается не каждый пиксел экрана, а определяется области ведущие себя одинаково и работают с ними) трудоемкость алгоритмов ПИ заметно снижается.

**Общие сведения об удалении скрытых линий. Сравнительная характеристика алгоритмов.**

Все алгоритмы удаления скрытых линий и поверхностей включают в себя сортировку по геометрическому расстоянию от тела до точки наблюдения. Основная идея сортировки — чем дальше объект, тем больше вероятность, что он будет заслонен другим объектом.

Все алгоритмы удаления скрытых линий и поверхностей можно разделить на два типа:

1. алгоритмы, работающие в объектном пространстве (ОП) (каждая из n граней сравнивается с оставшимися n-1);
   * они имеют дело с физической СК, в которой описаны эти объекты;
   * весьма точны (полученные изображения можно легко увеличить в несколько раз);
   * объем вычислений теоретически n2;

2. алгоритмы, работающие в пространстве изображения (ПИ) (надо определить, какая из n граней видно в каждой точке разрешения экрана);

* имеют дело с СК экрана, на котором изображается;
* точность ограничена разрешающей способностью экрана (если полученные результаты потом увеличивать во много раз, они не будут соответствовать исходному изображению);
* объем вычислений теоретически — Nn (N=250000-4000000).

## Алгоритм сортировки по глубине

*Принцип:* все объекты сортируются по глубине и выводятся на экран в обратном порядке, и таким образом, более близкие объекты затирают более дальние (алгоритм художника).

*Шаги:*

1. Упорядочение всех объектов в соответствии с их большими z-координатами.

1

1. Разрешение всех неопределенностей, которые возникают при перекрытии z-оболочек (исследуется x-оболочка и y-оболочка).

Преобразование каждого из объектов в растровую форму в порядке уменьшение z-координаты

## Алгоритм разбиения области

* Гипотеза о способе обработки информации глазом и мозгом.
* Когерентность (однородность смежных областей).

*Принцип*: область разбивается на окна и в каждом окне решается вопрос о том, пусто ли оно или достаточно просто для визуализации; если это не так, то окно разбивается дальше до тех пор, пока не станет простым или его размер не достигнет размера .

При  надо максимально 9 разбиений.

Конкретная реализация алгоритма зависит от метода разбиения и критерия определения простоты изображения в окне.

*Простой вариант 1*:

5

* область разбивается последовательно на четыре прямоугольные части;
* критерий простоты — объекты не попадают в области.

## Алгоритм, использующий z-буфер

Принцип: используются два буфера: регенерации (значения ), z-буфер (z-координата).

Буфер регенерации заполняется значениями при параллельном анализе z-координаты со значениями z-буфера.Шаги:

1. в z-буфере заносятся максимально возможные значения z;
2. буфер регенерации заполняется значениями фона;
3. каждый объект раскладывается в растр;

если  меньше значения z-буфера в элементе , то:

* 1.  заносится в элемент  z-буфера;
  2. значение  помещается в элемент  буфера регенерации.

Достоинство — простота реализации, нет сортировки.

Недостаток — нужен большой объем памяти по z-буфер.

Объем памяти: информация о значении  — 24 бита (), информация о глубине 20 бит.

## Алгоритм построчного сканирования (пи)

*Принцип*: расширение алгоритма преобразования многоугольника в растровую форму; разница в том, что имеем дело не с одним многоугольником, а со всеми сразу.

*Шаги*:

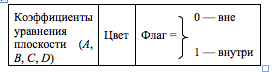
1. Создается таблица ребер (ТР). Она содержит все ребра многоугольников, отсортированные по меньшей y-координате.

Описание ребра содержит:



1. создается таблица многоугольников (ТМ).

Описание многоугольников содержит:

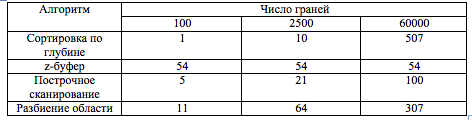


1. Создается ТАР.

Содержит все активные ребра на текущей сканирующей строке. Ребра упорядочены по возрастанию x-координаты.



Сравнительная характеристика



**Алгебраическая граничная модель твердого тела.**

Суть метода следует из его названия. Область, в которой ищется решение дифференциальных уравнений, разбивается на конечное количество подобластей (элементов). В каждом из элементов произвольно выбирается вид аппроксимирующей функции. В простейшем случае это полином первой степени. Вне своего элемента аппроксимирующая функция равна нулю. Значения функций на границах элементов (в узлах) являются решением задачи и заранее неизвестны. Коэффициенты аппроксимирующих функций обычно ищутся из условия равенства значения соседних функций на границах между элементами (в узлах). Затем эти коэффициенты выражаются через значения функций в узлах элементов. Составляется система линейных алгебраических уравнений. Количество уравнений равно количеству неизвестных значений в узлах, на которых ищется решение исходной системы, прямо пропорционально количеству элементов и ограничивается только возможностями ЭВМ. Так как каждый из элементов связан с ограниченным количеством соседних, система линейных алгебраических уравнений имеет разрежённый вид, что существенно упрощает её решение.

Пусть в одномерном пространстве Р1 необходимо решить следующее одномерное дифференциальное уравнение для нахождения функции u на промежутке от 0 до 1. На границах области значение функции u равно 0:

\mbox{ P1 }:\begin{cases}
u''(x)=f(x) \mbox{ in } (0,1), \\
u(0)=u(1)=0,
\end{cases}

где f известная функция, u неизвестная функция от x. u'' вторая производная от u по x. Решение поставленной задачи методом конечных элементов разобьём на 2 этапа:

* Переформулируем граничную задачу в так называемую слабую (вариационную) форму. На этом этапе вычислений почти не требуется.
* На втором этапе разобьём слабую форму на конечные отрезки-элементы.

После этого возникает проблема нахождения системы линейных алгебраических уравнений, решение которой аппроксимирует искомую функцию.Если u есть решение, то для любой гладкой функции v, которая удовлетворяет граничным условиям v=0 в точках x=0 и x=1, можно записать следующее выражение:

(1) \int_0^1 f(x)v(x) \, dx = \int_0^1 u''(x)v(x) \, dx.

С помощью интегрирования по частям преобразуем выражение (1) к следующей форме:

(2)\begin{align}
\int_0^1 f(x)v(x) \, dx = \int_0^1 u''(x)v(x) \, dx \\
 = u'(x)v(x)\bigg|_0^1-\int_0^1 u'(x)v'(x) \, dx \\
 = -\int_0^1 u'(x)v'(x) \, dx = -\phi (u,v).
\end{align}


Оно получено с учётом того, что v(0)=v(1)=0.

Разобьём область, в которой ищется решение

u \in  H_0^1 такое, что

\forall v \in H_0^1, \; -\phi(u,v)=\int fv

на конечные промежутки, и получим новое пространство  V :

(3) u \in V такое, что

\forall v \in V, \; -\phi(u,v)=\int fv

где V кусочная область пространства H_0^1. Есть много способов для выбора базиса V. Выберем в качестве базисных функций такие v_{k}, чтобы они представлялись прямыми линиями (полиномами первой степени):

v_{k}(x)=\begin{cases} {x-x_{k-1} \over x_k\,-x_{k-1}} & \mbox{ if } x \in [x_{k-1},x_k], \\
{x_{k+1}\,-x \over x_{k+1}\,-x_k} & \mbox{ if } x \in [x_k,x_{k+1}], \\
0 & \mbox{ otherwise},\end{cases}

для k=1,...,n-1 (в данном примере n=5)

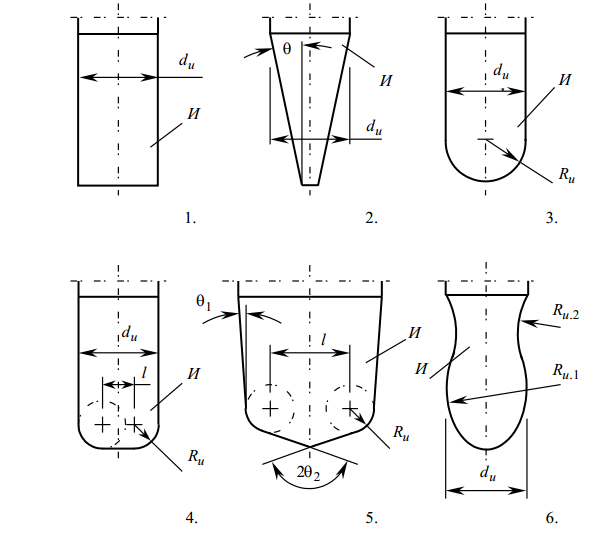
u(x)=\sum_{k=1}^n u_k v_k(x)

Если теперь искомое приближённое решение представить виде, а функцию f(x) аппроксимировать как f(x)=\sum_{k=1}^n f_k v_k(x), то с помощью (3) можно получить следующую систему уравнений относительно искомых u_k:

-\sum_{k=1}^n u_k \phi (v_k,v_j) = \sum_{k=1}^n f_k \int v_k v_j dx,

где j=1,...,n.

**Методы задания локальной геометрии.**

Необходимая для осуществления размерной обработки деталей геометрическая информация о форме и параметрах поверхностей Д и И на практике задается по-разному. Применительно к инструменту эта задача решается (как правило) относительно проще – поверхности И используемого инструмента в большинстве случаев представляют собой поверхности, допускающие движение “самих по себе”.

Преимущественно используемые при многокоординатной обработке сложных поверхностей деталей инструменты (рис. 1.2) имеют исходные инструментальные поверхности И в виде поверхностей вращения, реже – в виде цилиндрических поверхностей общего вида и крайне редко – в виде винтовых поверхностей постоянного шага. В специальном машиностроении, например, при изготовлении лопаток газотурбинных двигателей и тому подобных деталей, для ленточного шлифования сложных поверхностей также используются инструменты с исходной инструментальной поверхностью И сложной формы – фасонные кулаки, которыми абразивная лента прижимается к детали.

Геометрическая информация о поверхности И инструмента может быть задана аналитически, например, 1.2. Задание рабочих поверхностей деталей и инструментов.

Расчет элементов их локальной геометрии 25уравнением поверхности вращения с учетом допуска на точность формы и размеров инструмента. Обычно относительно простая задача получения геометрической информации об исходной инструментальной поверхности может рассматриваться как частный случай задачи получения геометрической информации о сложной поверхности Д детали. Поэтому нижет более детально остановимся на рассмотрении вопроса задания, аналитического описания и рациональной параметризации обрабатываемых поверхностей деталей.

Используются различные способы задания рабочих поверхностей деталей и инструментов. Широко используются способы задания поверхностей, разработанные в геометрии: матричный, векторный, в параметрической, явной или неявной форме. В различных отраслях машиностроения применяются инженерные методы задания и аналитического описания поверхностей деталей и инструментов – эти методы отличны от методов, применяемых в геометрии, но тесно с ними связаны и основаны на них. Многообразие методов аналитического описания поверхностей деталей и инструментов, применяемых в отраслевом машиностроении, достаточно велико.

Наиболее эффективный способ аналитического описания рабочих поверхностей деталей и инструментов должен быть максимально информативным и универсальным: пригодным как для описания поверхности любого вида, так и для всех возможных способов формообразующей обработки деталей.

При решении задачи синтеза наивыгоднейшего формообразования рабочих поверхностей деталей, в том числе и сложных поверхностей деталей на многокоординатных станках с ЧПУ, возникает дилема – что целесообразнее:

– разрабатывать различные методики решения задачи синтеза для каждого из используемых способов задания поверхностей деталей и инструментов или

– первоначально преобразовывать исходные способы задания поверхностей к некоторому общему и исходя из этого развить обобщенный метод решения задачи синтеза наивыгоднейшего формообразования любой поверхности детали.

С нашей точки зрения второй вариант целесообразнее. Поэтому в данной монографии рассмотрено как произвести переход от различных исходных способов задания и аналитического описания поверхности к общему способу их аналитического описания в натуральной форме.

Важно обратить внимание на то, что в отличие от геометрии, главной задачей которой является анализ свойств заданных поверхностей, первостепенной задачей инженерной геометрии (к области которой относится формообразование поверхностей деталей) является синтез новых технических решений, и только деталей на многокоординатных станках с ЧПУ: цилиндрический (1), конический (2), со сферической головкой (3), сороидальной рабочей частью (4), АРТ (5), фасонный (6).1. Рабочие поверхности деталей и инструментов после этого – анализ полученных результатов. Поэтому для теории формообразования поверхностей при механической обработке деталей предпочтительным является описание поверхности унифицированные параметры – в натуральной форме в функции параметров, характеризующих собственно поверхность без обязательного учета ее привязки к системе координат, например, к системе координат станка с ЧПУ. Это позволяет решать любые вычислительные задачи, связанные как с автоматизированным проектированием изделий, так и с программированием их обработки на станках с ЧПУ.

В пользу целесообразности использования аналитического описания поверхности в натуральной форме свидетельствует следующее. Характерной особенностью сложных поверхностей деталей является то, что такого типа поверхности не допускают движения “самих по себе”. Если поверхность не может перемещаться “сама по себе”, то подходить к решению задачи ее формообразования следует локально, рассмотрев первоначально участок поверхности Д в дифференциальной окрестности текущей точки на ней, например, в точке ее касания с поверхностью И инструмента. Локальный подход к решению задач формообразования сложных поверхностей деталей требует широкого привлечения хорошо разработанных методов дифференциальной геометрии, эффективных для анализа их локальной топологии, и предполагает аналитическое представление поверхностей ДИ  в натуральной форме. Поэтому решать задачи синтеза наиболее эффективных способов формообразующей обработки деталей удобнее исходя из натурального представления геометрической информации о поверхностях. Приведение аналитического описания геометрической информации о поверхности к натуральной форме возможно при любой исходной форме представления их уравнениями и при любом виде параметризации. Способ задания поверхности в натуральной форме универсален и исчерпывающе информативен.

Он пригоден для описания любых поверхностей деталей и инструментов и для решения самых разнообразных задач формообразования рабочих поверхностей деталей в машиностроении, в том числе и для решения задачи синтеза наивыгоднейшего формообразования заданной поверхности детали.

Геометрическая информация о поверхности Д детали задается на основе ее уравнения с учетом требований к точности обработки: исходым уравнением описывается номинальная поверхность детали, с одной или с обеих сторон которой расположены две поверхности – верхнего и нижнего Поверхности на алгебраическое значение верхнего и нижнего предельных отклонений. Предельные отклонения могут принимать положительные, отрицательные и нулевое значения. Реальная поверхность после обработки детали не должна выходить за пределы поверхностей допуска , которые рассматриваются как ограничивающие.

Для многих деталей получить полное непрерывное аналитическое описание их рабочих поверхностей удается не всегда. В таких случаях геометрическая информация о поверхности Д задается не функционально, а дискретно – совокупностью точек или линий, принадлежащих этой поверхности, координатами точек и направлениями нормалей к поверхности в них и пр.

Использование дискретных способов задания геометрической информации об обрабатываемой поверхности детали сопряжено с двумя дополнительными задачами, связанными с расчетом основных дифференциально-геометрических характеристик ее локальных участков.

Во-первых, эта задача может быть решена в дискретной форме, например, по координатам точек, определяющих поверхность. В этом случае даже при высокой плотности элементов, задающих поверхность, достичь требуемой точности расчета основных дифференциально-геометрических характеристик локальных участков обрабатываемой поверхности бывает трудно. Это отрицательно сказывается на точности обработанной поверхности детали.

Во-вторых, поверхность Д может быть аппроксимирована (целиком или кусочно) отсеками поверхностей с решением вопроса их стыковки из условия непрерывности или по требуемому порядку гладкости.

Таким путем дискретное задание поверхности Д приводится к аналитическому ее описанию уравнением целиком всей поверхности или отдельных ее отсеков. Расчет параметров локальной геометрии дискретно заданной поверхности детали в этом случае выполняется как для поверхности, заданной одним из 1.2. Задание рабочих поверхностей деталей и инструментов.

Расчет элементов их локальной геометрии аналитических методов. При этом требуется достижение высокой степени точности аппроксимации обрабатываемой поверхности детали. При дискретном задании геометрическую информацию о поверхности детали также целесообразно преобразовать в натуральную форму. Уравнение поверхности часто определяет ее как неограниченную – например, круглый цилиндр имеет неограниченную длину. В машиностроении в качестве рабочих поверхностей деталей преимущественно используются поверхности не целиком, а только их фрагменты.

Фрагмент поверхности – это часть поверхности детали или инструмента, ограниченная расположенным на ней замкнутым контуром. Форма границ фрагмента поверхности может быть непрерывной кривой или образованной совокупностью дуг на ней.